

Programme de la colle N°01 en MPSI3, semaine du 16/09

La colle commence par un exercice de l'interro de la semaine précédente, ou une variante. Les étudiant-e-s viennent avec leurs énoncés de l'interro. Il n'est pas attendu qu'ils maîtrisent parfaitement ces exercices, mais qu'ils les aient revus et sachent les aborder sereinement.

L'exercice de l'interro est choisi en fonction du niveau de l'étudiant-e. En particulier, les exercices plus difficiles à la fin de l'interro ne concernent que les meilleurs élèves, selon l'appréciation du colleur.

Le cours doit être connu : définitions, propositions et démonstrations (en adéquation avec le niveau de l'étudiant-e). Une note ≤ 10 pénalise une lacune sévère sur l'exercice de l'interro ou sur un point clef du programme de colle.

I) Logique, démonstrations

1) Logique

- Contraposée
- Implications, réciproque, équivalences
- Quantificateurs
- Négation d'assertions
- Notion d'unicité (quantificateur $\exists!$, unicité dans la division euclidienne)

Connaître les définitions formelles des notions suivantes.

- Parité d'un entier, d'une fonction
- Suite/fonction majorée, bornée
- Divisibilité
- Nombre premier
- Fonctions (strict.) monotones
- Nombre rationnel
- $u_n \rightarrow +\infty$
- $u_n \rightarrow 0$

2) Schémas logiques de démonstrations

Savoir mener et rédiger un raisonnement

- direct
- par contraposée
- par l'absurde
- Récurrence simple, double, forte

3) Arithmétique élémentaire, sur \mathbb{N}

- Divisibilité
- entiers premiers entre eux
- Théorème de la division euclidienne
 - ▷ démonstration
- Théorème de Bézout (admis)

4) Démonstrations d'analyse

- Somme de suites majorées, périodiques
- Si (u_n) est majorée APCR, elle est majorée
- Si $u_n \rightarrow +\infty$, elle est positive APCR

5) Raisonnements divers

- Manipulation de variables muettes
- Par équivalences
- Disjonctions de cas
- Démonstration d'inégalités par transitivité de \geq
- Raisonnements par condition nécessaire
 - ▷ Résolution d'équations
 - ▷ Notion d'équations fonctionnelles, d'équation différentielle
 - ▷ Toute fonction s'écrit de manière unique comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire

6) Notions de graphes non orientés

- Degré, chemins, connexité

Prévisions pour la semaine suivante

Ensembles, applications.